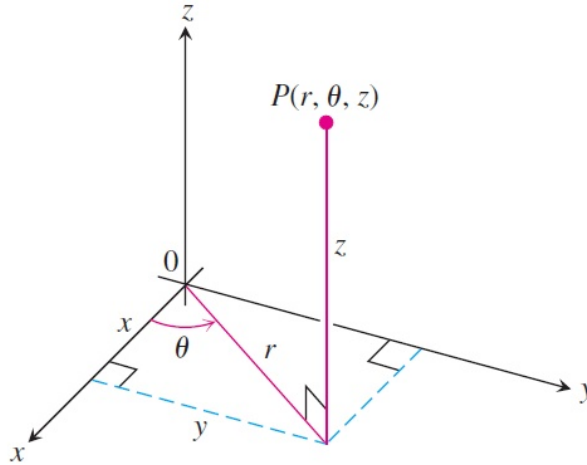


พิกัดทรงกระบอก (Cylindrical coordinates)

ให้ $P(x, y, z)$ เป็นจุดใน 3 มิติ นอกเหนือจากพิกัดฉาก (x, y, z) เรายังสามารถบอกตำแหน่งของ P ได้ด้วยพิกัด $P(r, \theta, z)$ เมื่อ r และ θ คือพิกัดเชิงขั้วของจุดที่ได้จากการโปรเจกชันจุด P ลงบนระนาบ XY ดังรูป



รูปที่ 4.21: พิกัดทรงกระบอก

ดังนั้นเราจะได้ความสัมพันธ์ระหว่าง (x, y, z) และ (r, θ, z) ดังนี้

$$x = r \cos \theta \quad y = r \sin \theta \quad z = z$$

ในทางกลับกัน เราจะได้ว่า

$$r^2 = x^2 + y^2 \quad \tan \theta = \frac{y}{x} \quad z = z$$

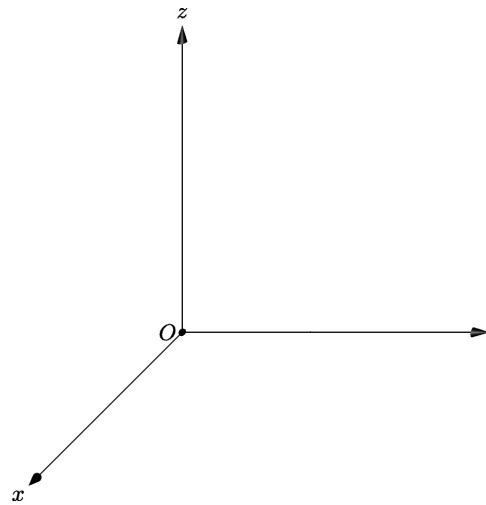
ตัวอย่าง 4.2.11.

- (1) จงเขียนจุด $(5, \frac{\pi}{6}, 4)$ ใน 3 มิติพร้อมทั้งเปลี่ยนให้เป็นพิกัดฉาก

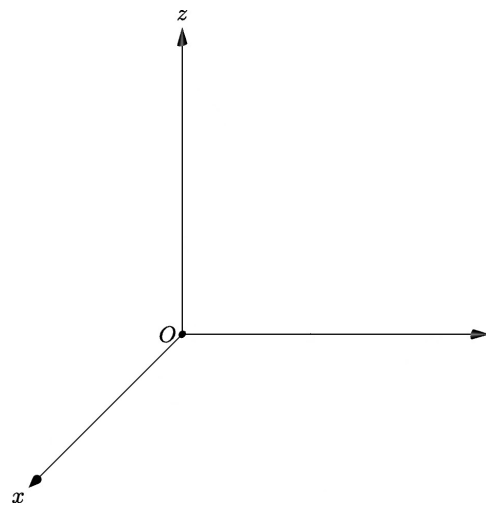
(2) จงเปลี่ยนพิกัดฉาก $(3, -3, -7)$ ให้เป็นพิกัดทรงกระบอก

ตัวอย่าง 4.2.12. จงเขียนกราฟของพื้นผิวต่อไปนี้ในพิกัดทรงกระบอก

(1) $\theta = \frac{\pi}{4}$



(2) $r^2 + z^2 = 9$

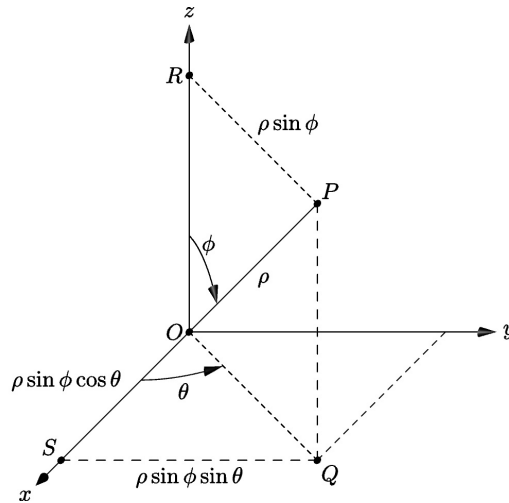


พิกัดทรงกลม (Spherical coordinates)

นอกเหนือจากพิกัดฉากและพิกัดทรงกระบอกแล้ว เรายังสามารถบอกตำแหน่งของจุดใน 3 มิติด้วยพิกัดทรงกลมได้อีกด้วย

เราสามารถเขียนแทน $P(x, y, z)$ ได้ด้วยพิกัดทรงกลม $P(\rho, \theta, \phi)$ เมื่อ ρ คือ ขนาดของเส้นตรง OP ที่เชื่อมระหว่าง P และจุดกำเนิด O

θ คือ มุมที่เส้นตรงที่เกิดจากการโปรเจกชันเส้นตรง OP ลงบนระนาบ XY ทำกับแกน X ในทิศวนเข็มนาฬิกา, $0 \leq \theta \leq 2\pi$ และ ϕ คือ มุมที่เส้นตรง OP ทำกับแกน Z บวก, $0 \leq \phi \leq \pi$



รูปที่ 4.22: พิกัดทรงกลม

จากรูปที่ 4.22 จะได้ความสัมพันธ์ระหว่าง (x, y, z) และ (ρ, θ, ϕ) ดังนี้

$$x = \rho \sin \phi \cos \theta \quad y = \rho \sin \phi \sin \theta \quad z = \rho \cos \phi$$

และ

$$\rho^2 = x^2 + y^2 + z^2$$

นอกจากนี้เรายังสามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างพิกัดทรงกระบอก $P(r, \theta, z)$ และพิกัดทรงกลม $P(\rho, \theta, \phi)$ ได้ดังนี้

$$r = \rho \sin \theta \quad \theta = \theta \quad z = \rho \cos \phi$$

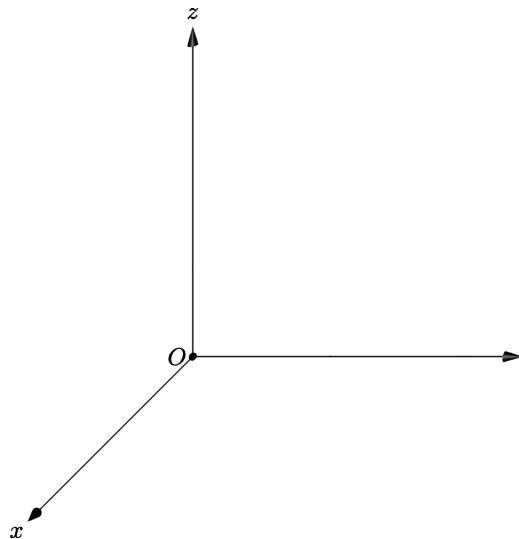
ตัวอย่าง 4.2.13.

(a) จงเขียนจุด $(8, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{6})$ ใน 3 มิติพร้อมทั้งเปลี่ยนให้เป็นพิกัดฉาก

(b) จงเปลี่ยนพิกัดฉาก $(1, 1, \sqrt{2})$ ให้เป็นพิกัดทรงกลม

ตัวอย่าง 4.2.14. จงเขียนกราฟของพื้นผิวต่อไปนี้ในพิกัดทรงกลม

(1) $\theta = \frac{\pi}{3}$



$$(2) \phi = \frac{\pi}{4}, \quad \phi = \frac{3\pi}{4}$$

