

## แบบฝึกหัดสำหรับปลายภาค ชุดที่ 4

1. จุด  $(r, \theta) = (2\sqrt{2}, \frac{\pi}{4})$  ในระบบพิกัดเชิงขั้ว สามารถเขียนให้อยู่ใน ระบบพิกัดฉาก คือ

$(x, y) = \dots\dots\dots$

2. จุด  $(x, y) = (\sqrt{2}, -\sqrt{2})$  ในระบบพิกัดฉาก สามารถเขียนให้อยู่ในรูป ระบบพิกัดเชิงขั้ว ที่  $0 \leq \theta \leq \pi$  คือ

$(r, \theta) = \dots\dots\dots$

3. จงเขียนจุด  $P(x, y, z) = (-5, 0, 5\sqrt{3})$  ให้อยู่ในระบบพิกัดต่อไปนี้

3.1. พิกัดทรงกระบอก  $(r, \theta, z) = \dots\dots\dots$

3.2. พิกัดทรงกลม  $(\rho, \theta, \phi) = \dots\dots\dots$

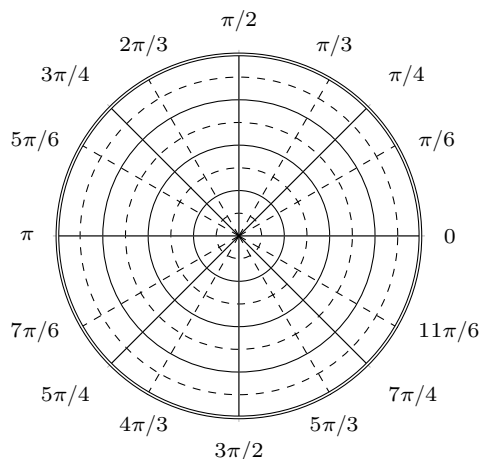
4. กำหนดสมการ  $r = 2 + \cos 3\theta$

4.1. โดยการแทน  $\theta$  ด้วย  $-\theta$  จงแสดงว่ากราฟของสมการสมมาตรเทียบกับแกน  $X$

4.2. จงหาค่า  $r = 2 + \cos 3\theta$  เมื่อกำหนด  $\theta$  ตามตารางต่อไปนี้

$\theta$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\pi$
$r$			1.3				2.7	2	

4.3. จงวาดกราฟของ  $r = 2 + \cos 3\theta$



5. จงจับคู่สมการให้ตรงกับกราฟที่กำหนดให้ต่อไปนี้ โดยให้เติมอักษร A – L ลงในช่องว่างใต้กราฟ

A.  $r + 4 \sin \theta = 0$

B.  $z^2 = x^2 + y^2$

C.  $z = r$

D.  $x^2 + z^2 = 3$

E.  $r = 3 \sin 2\theta$

F.  $r = 4 \cos 2\theta$

G.  $x^2 + y^2 - z^2 = 1$

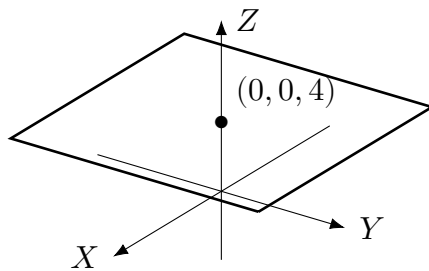
H.  $\rho = 4 \sec \phi$

I.  $y - x = 0$

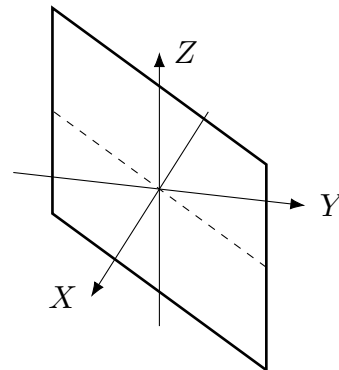
J.  $2x + y - z = 6$

K.  $r^2 = 9 \cos 4\theta$

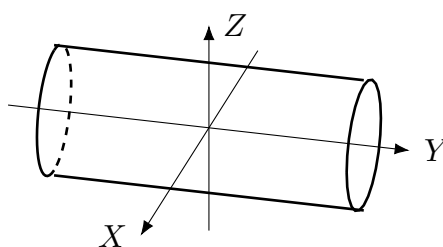
L.  $z = x^2 + y^2$



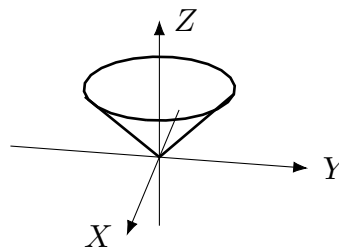
\_\_\_\_\_



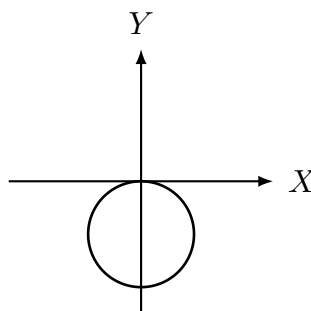
\_\_\_\_\_



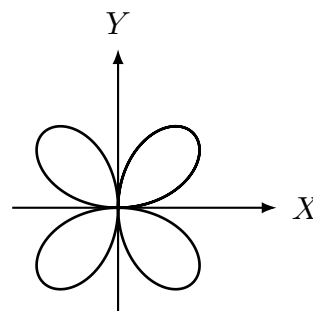
\_\_\_\_\_



\_\_\_\_\_



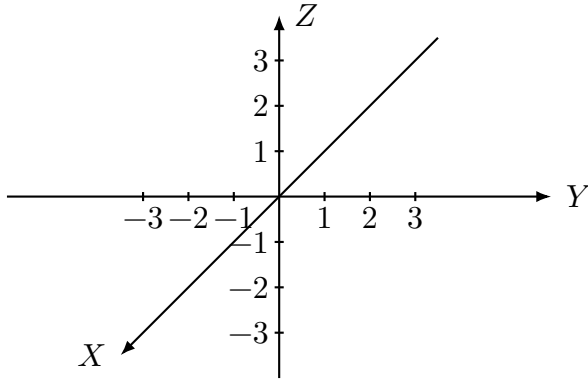
\_\_\_\_\_



\_\_\_\_\_

6. จงวาดกราฟของพื้นผิวกำลังสองต่อไปนี้ โดยระบุตำแหน่งรอยตัดให้ชัดเจน

6.1. พื้นผิว  $9x^2 + 4y^2 = 36 - 9z^2$

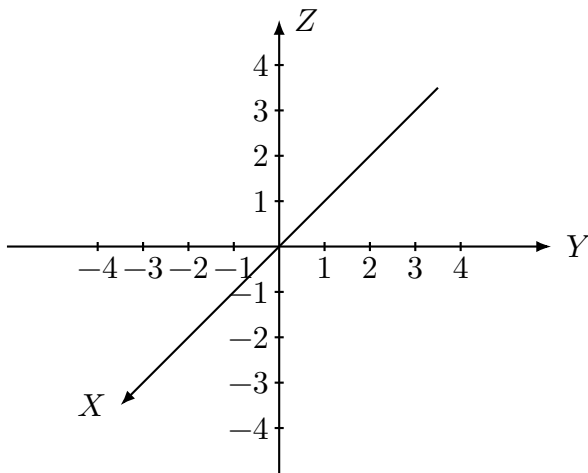


รอยตัดของพื้นผิวบนระนาบ  $ZY$

มีกราฟเป็นรูป .....

มีสมการคือ .....

6.2. พื้นผิว  $y + 4 = x^2 + z^2$

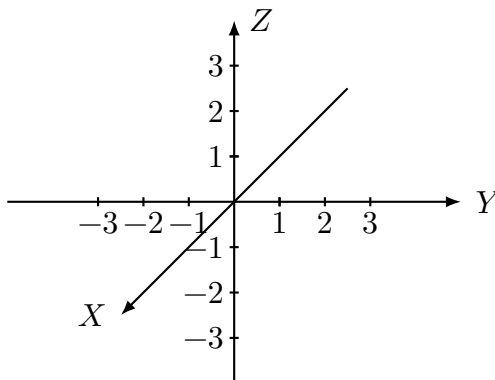


รอยตัดของพื้นผิวบนระนาบ  $ZY$

มีกราฟเป็นรูป .....

มีสมการคือ .....

6.3. จงวาดรูป ทรงสามมิติที่ปิดล้อมด้านล่างด้วยพื้นผิว  $y + 4 = x^2 + z^2$  และปิดด้านบนด้วยพื้นผิว  $9x^2 + 4y^2 = 36 - 9z^2$



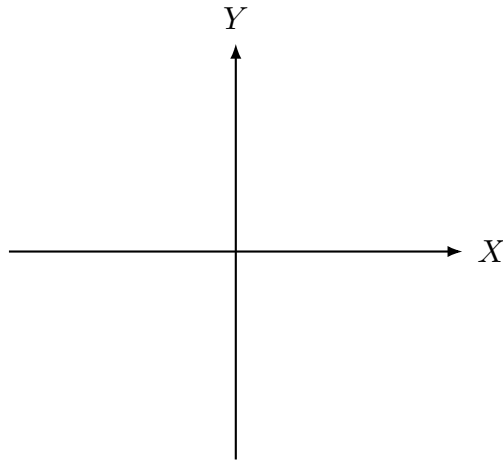
รอยตัดของทรงสามมิติบนระนาบ  $y = 0$

มีกราฟเป็นรูป .....

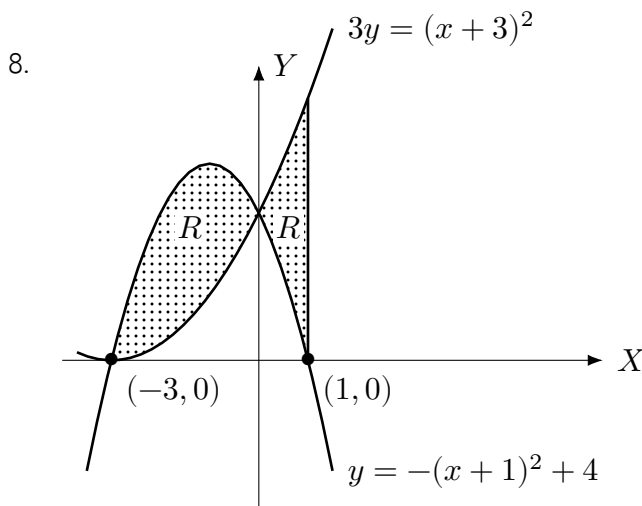
มีสมการคือ .....

7. กำหนดอินทิกรัลจำกัดเขต  $I = \iint_R \frac{\sin(\sqrt{y})}{y} dA = \int_0^1 \int_{x^2}^1 \frac{\sin(\sqrt{y})}{y} dy dx$

7.1. จงวาดรูปและแรเงาบริเวณ  $R$  ที่สอดคล้องกับอินทิกรัล  $I$

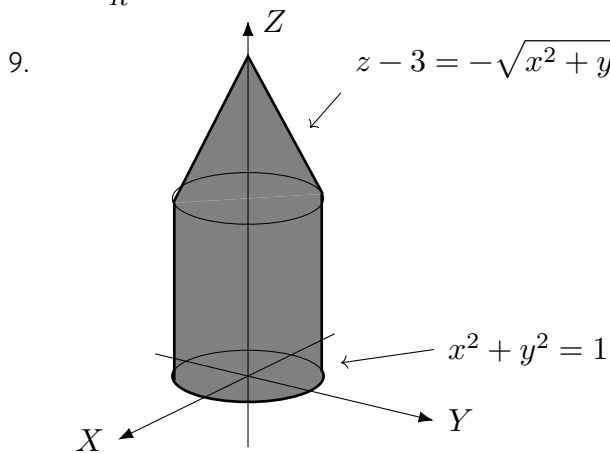


7.2. จงหาค่าของ  $I = \int_0^1 \int_{x^2}^1 \frac{\sin(\sqrt{y})}{y} dy dx$



กำหนดให้  $I = \iint_R f(x, y) dA$  เมื่อ  $R$  เป็นบริเวณที่แรเงาดังรูป จงเขียน  $I$  ในรูปของอินทิกรัลจำกัดเขตในลำดับการอินทิเกรตต่อไปนี้ (ไม่ต้องคำนวณค่า)

$I = \iint_R f(x, y) dy dx = \dots\dots\dots$

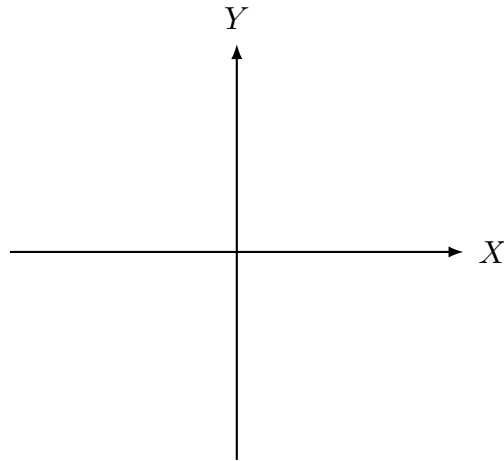


จงเขียนปริมาตรของทรงตันที่ปิดล้อมโดยระนาบ  $z = 0$  ทรงกระบอก  $x^2 + y^2 = 1$  และพื้นผิว  $z - 3 = -\sqrt{x^2 + y^2}$  ดังรูป ในรูปของอินทิกรัลสองชั้นในระบบพิกัดฉาก (ไม่ต้องคำนวณค่า)

$V = \dots\dots\dots$

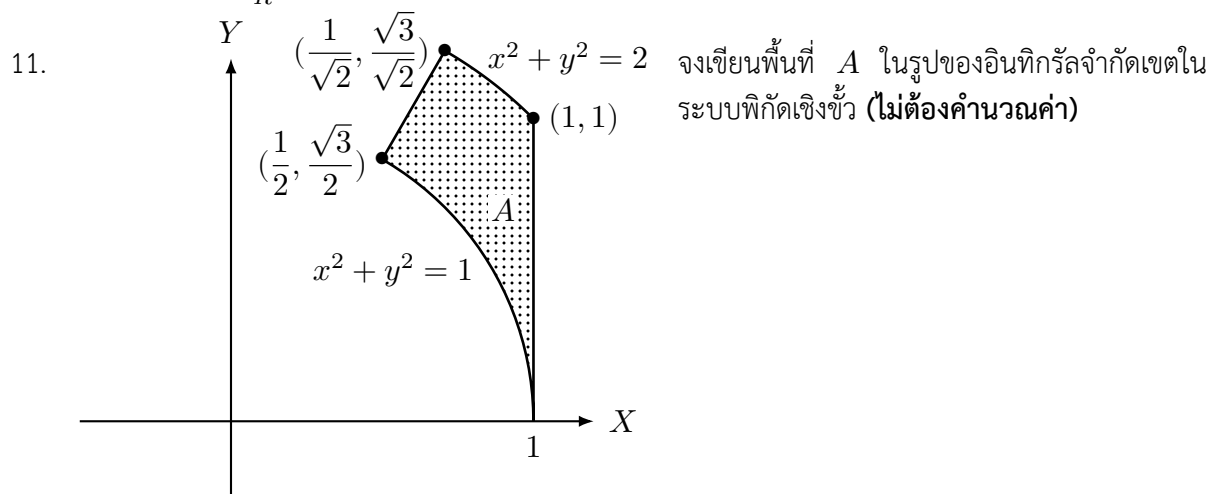
10. กำหนดพื้นที่ของบริเวณ  $R$  ในรูปอินทิกรัลสองชั้นในระบบพิกัดฉาก พื้นที่  $R = \iint_R dA = \int_1^{\sqrt{2}} \int_y^{\sqrt{4-y^2}} dx dy$

10.1. จงวาดรูปและแรเงาบริเวณ  $R$



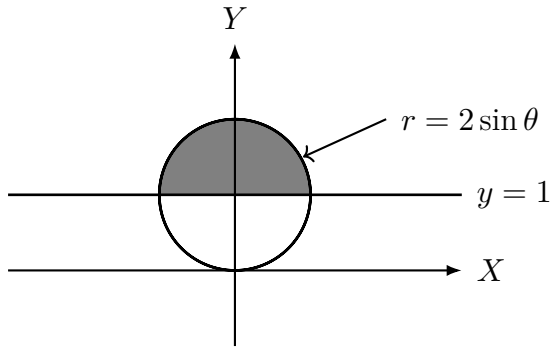
10.2. จงเขียน พื้นที่  $R$  ในรูปอินทิกรัลสองชั้น ในระบบพิกัดเชิงขั้ว (ไม่ต้องคำนวณค่า)

พื้นที่  $R = \iint_R dA = \dots\dots\dots$



พื้นที่  $A = \dots\dots\dots$

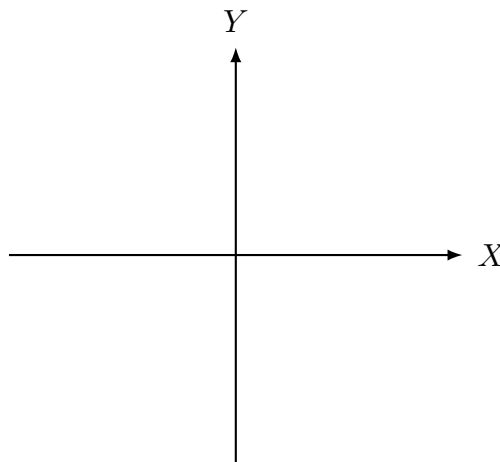
12. จงใช้อินทิกรัลสองชั้นในระบบพิกัดเชิงขั้วคำนวณพื้นที่ที่แรเงา



13. กำหนดอินทิกรัลสองชั้นในระบบพิกัดเชิงขั้ว

$$I = \iint_R f(r, \theta) r dr d\theta = \int_{\pi/3}^{\pi/2} \int_{2 \cos \theta}^1 f(r, \theta) r dr d\theta$$

13.1. จงวาดรูปและแรเงาบริเวณ  $R$  ที่สอดคล้องกับอินทิกรัล  $I$



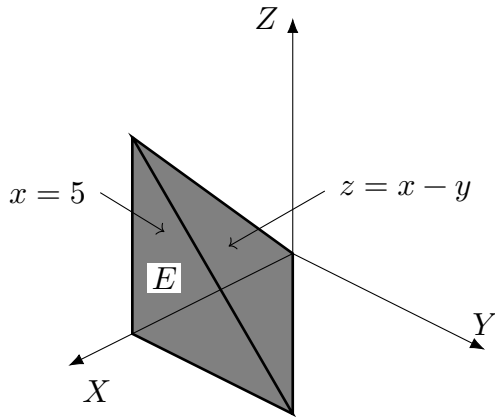
13.2. จงเขียน  $I$  ในรูปอินทิกรัลสองชั้นในระบบพิกัดฉาก ในลำดับการอินทิเกรตที่กำหนดให้ (โดยไม่ต้องคำนวณค่า)

$$I = \iint_R f(x, y) dy dx = \dots\dots\dots$$

$$I = \iint_R f(x, y) dx dy = \dots\dots\dots$$

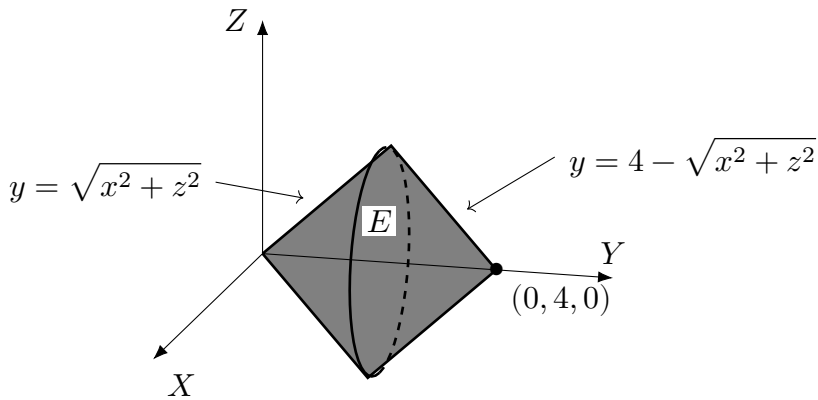
14. จงเขียนปริมาตรของทรงตัน  $E$  ในรูปอินทิกรัลสามชั้นในระบบพิกัดฉาก (ไม่ต้องคำนวณค่า) เมื่อ  $E$  คือทรงตันที่กำหนดให้ต่อไปนี้

14.1.  $E$  เป็นทรงตันที่ปิดล้อมด้วยระนาบ  $z = x - y$  ระนาบ  $x = 5$  ระนาบ  $y = 0$  และระนาบ  $z = 0$  ดังรูป



ปริมาตร  $E = \dots\dots\dots$

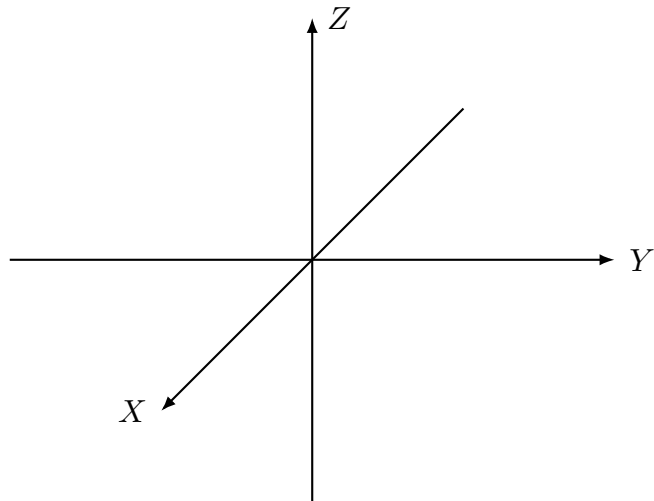
14.2.  $E$  เป็นทรงตันที่ปิดล้อมด้วยพื้นผิวกรวย  $y = \sqrt{x^2 + z^2}$  และกรวย  $y = 4 - \sqrt{x^2 + z^2}$  ดังรูป



ปริมาตร  $E = \dots\dots\dots$

15. กำหนดอินทิกรัลสามชั้นในระบบพิกัดฉาก  $I = \int_{-2}^2 \int_0^{\sqrt{4-y^2}} \int_{y^2+z^2}^4 f dx dz dy$

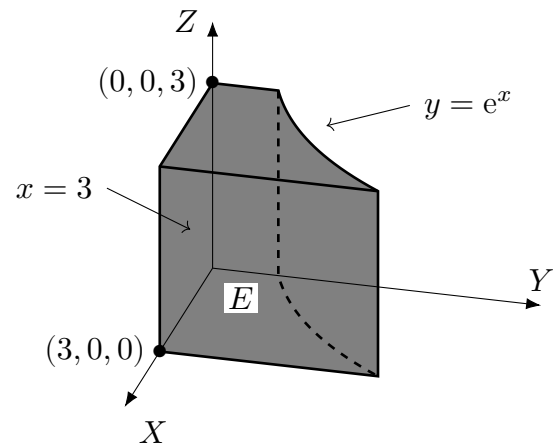
15.1. จงเขียนกราฟของทรงตัน  $E$  ที่สอดคล้องกับ  $I$



15.2. จงเขียน  $I$  ในลำดับการอินทิเกรตดังต่อไปนี้

$$\iiint_E f \, dydx dz = \dots\dots\dots$$

$$\iiint_E f \, dzdy dx = \dots\dots\dots$$



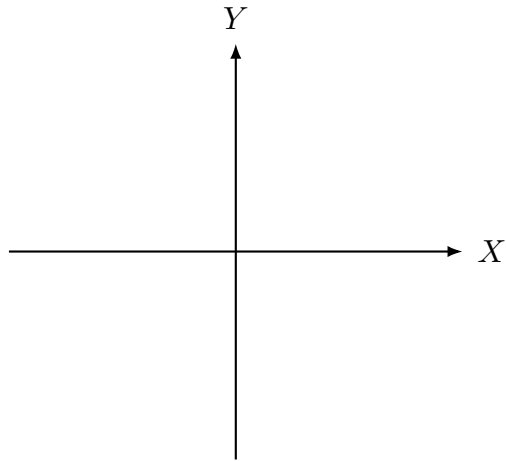
16. จงหาค่าของ  $\iiint_E \cos(e^x) \, dV$  เมื่อ  $E$  คือทรงตันดังรูป

17. กำหนดอินทิกรัลสามชั้นในระบบพิกัดฉาก

$$I = \iiint_E f \, dV = \int_0^4 \int_0^{2-\frac{x}{2}} \int_0^{2-\frac{x}{2}-y} f \, dzdy dx$$

17.1. จงวาดภาพฉายของทรงตัน  $E$  บนระนาบ  $XY$





17.2. จงเขียน  $I$  ในรูปอินทิกรัลสามชั้นในระบบพิกัดทรงกระบอก (ไม่ต้องคำนวณค่า)

$I = \dots\dots\dots$

18. กำหนดปริมาตรของทรงตัน  $E$  ในรูปอินทิกรัลสามชั้นในระบบพิกัดทรงกลม

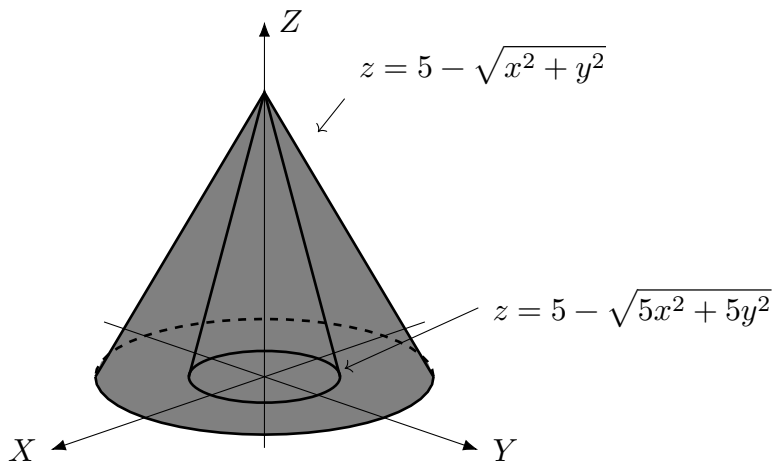
ปริมาตร  $E = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^3 \rho^2 \sin \phi \, d\rho d\phi d\theta$

จงเขียนปริมาตร  $E$  ในรูปอินทิกรัลสามชั้นในระบบพิกัดทรงกระบอก

ปริมาตร  $E = \dots\dots\dots$

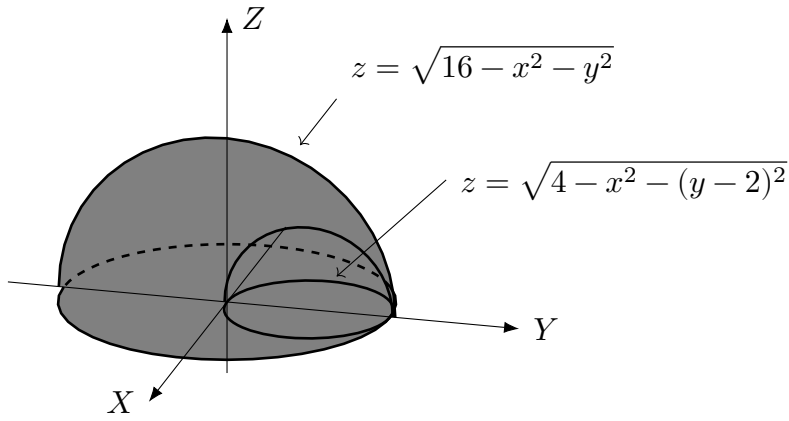
19. จงเขียน  $\iiint_E (xy) \, dV$  ในรูปอินทิกรัลสามชั้นในระบบพิกัดทรงกระบอก หรือระบบพิกัดทรงกลม (ที่เห็นว่าเหมาะสม) เมื่อ  $E$  คือทรงตันที่กำหนดให้ต่อไปนี้

19.1.  $E$  คือทรงตันที่ปิดล้อมด้วยพื้นผิวกรวย  $z = 5 - \sqrt{x^2 + y^2}$  กรวย  $z = 5 - \sqrt{5x^2 + 5y^2}$  และระนาบ  $z = 0$  ดังรูป



$$\iiint_E (xy) \, dV = \dots\dots\dots$$

19.2.  $E$  เป็นทรงตันที่ปิดล้อมด้วยครึ่งทรงกลม  $z = \sqrt{16 - x^2 - y^2}$  ครึ่งทรงกลม  $z = \sqrt{4 - x^2 - (y - 2)^2}$  และระนาบ  $z = 0$  ดังรูป



$$\iiint_E (xy) \, dV = \dots\dots\dots$$