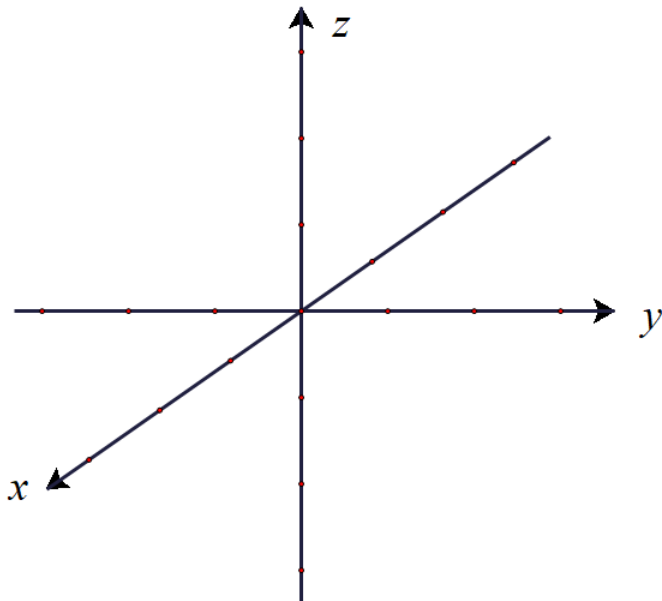


4. 4.1 จงวาดกราฟของพื้นผิวกำลังสองต่อไปนี้ โดยระบุตำแหน่งรอยตัดให้ชัดเจน พร้อมทั้งเติมคำตอบลงในช่องว่างให้ ถูกต้อง

(a) พื้นผิว $z - x^2 - y^2 + 1 = 0$

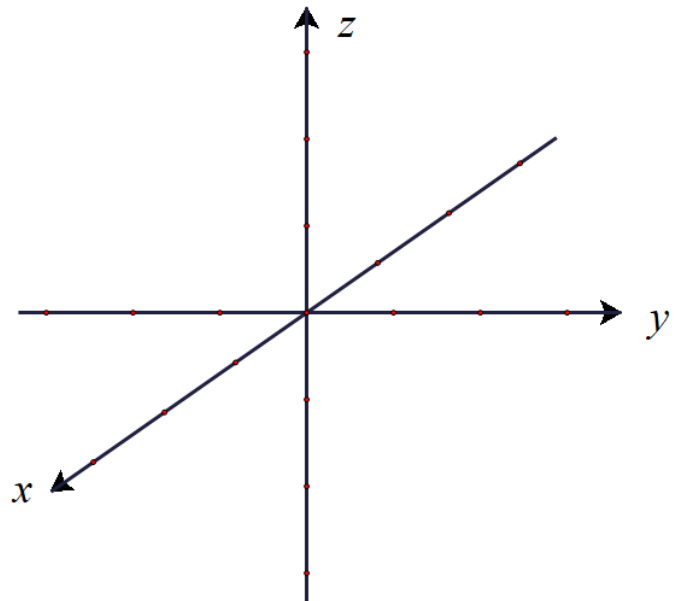


รอยตัดของพื้นผิวบนระนาบ XZ

มีกราฟเป็นรูป _____

มีสมการคือ _____

(b) พื้นผิว $4x^2 + 4y^2 + z^2 = 4$



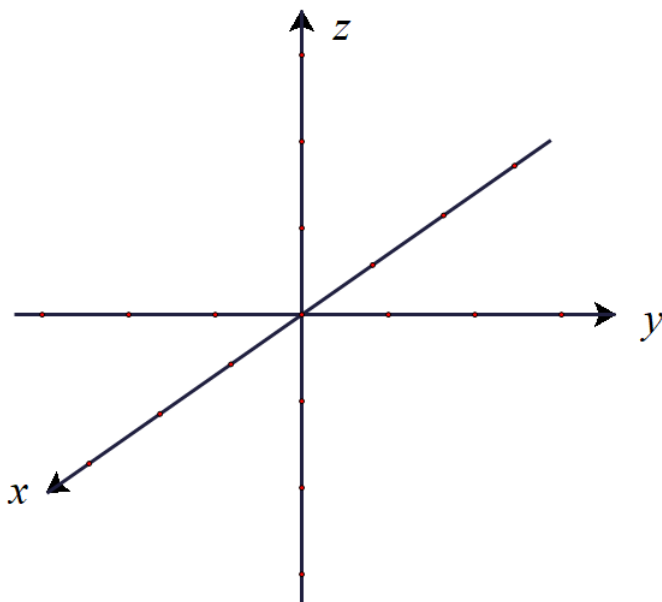
รอยตัดของพื้นผิวบนระนาบ YZ

มีกราฟเป็นรูป _____

มีสมการคือ _____

4.2 จงวาดรูปและแรเงารูปทรงสามมิติที่ปิดล้อมด้านล่างด้วยพื้นผิว $z - x^2 - y^2 + 1 = 0$

และปิดด้านบนด้วยพื้นผิว $x^2 + y^2 + 4z^2 = 4$



รอยตัดของพื้นผิวบนระนาบ XY

มีกราฟเป็นรูป _____

มีสมการคือ _____

5. จงพิจารณาว่า กราฟของเส้นโค้งหรือพื้นผิวข้อ 5.1-5.4 ตรงกับสมการใดในข้อ (A) - (H)

(ตอบเฉพาะตัวอักษร)

(A) $r + 2\cos\theta = 2$

(B) $r + \cos 3\theta = 0$

(C) $r = 2\sin 2\theta$

(D) $r^2 = 16\sin\theta$

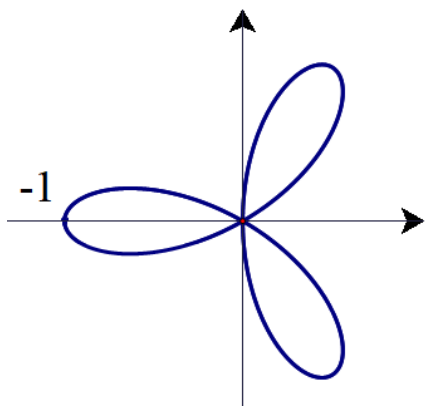
(E) $y = x^2$

(F) $4y^2 + z^2 = 4$

(G) $x^2 + y^2 - z^2 = 4$

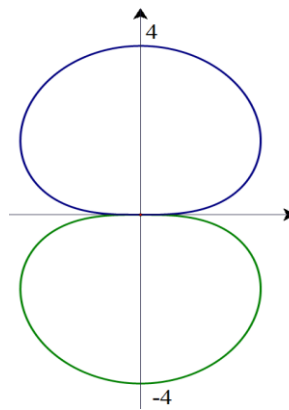
(H) $y = \sqrt{x^2 + z^2 + 1}$

5.1



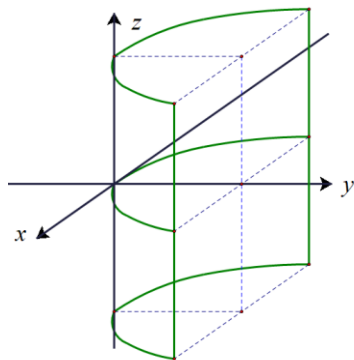
มีสมการคือ.....

5.2



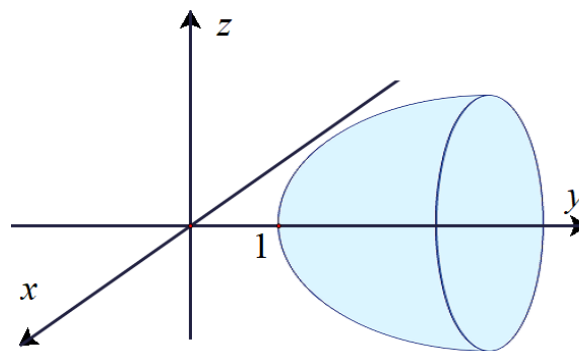
มีสมการคือ.....

5.3



มีสมการคือ.....

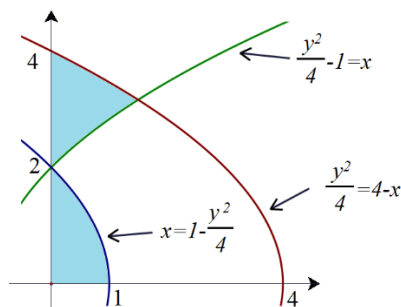
5.4



มีสมการคือ.....

6. จงหาค่าของ $\int_0^1 \int_0^\pi y \cos(xy) \, dy \, dx$

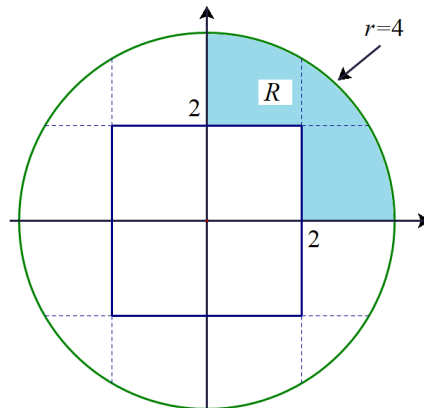
7. กำหนดให้ $I = \iint_R f(x, y) \, dA$ เมื่อ R เป็นบริเวณที่เรงาดังรูป



จงเขียน I ในรูปของอินทิกรัลจำกัดเขตในลำดับการอินทิเกรตต่อไปนี้ (ไม่ต้องคำนวณค่า)

$I = \iint_R f(x, y) \, dy \, dx =$ _____

8. กำหนดให้ R เป็นบริเวณที่แรเงา ดังรูป



จงเขียน $\iint_R xy \, dA$ ในรูปอินทิกรัลสองชั้นจำกัดเขตในระบบพิกัดต่อไปนี้ (โดยไม่ต้องคำนวณค่า)

11.1 ระบบพิกัดฉาก

$$\iint_R xy \, dA = \underline{\hspace{15cm}}$$

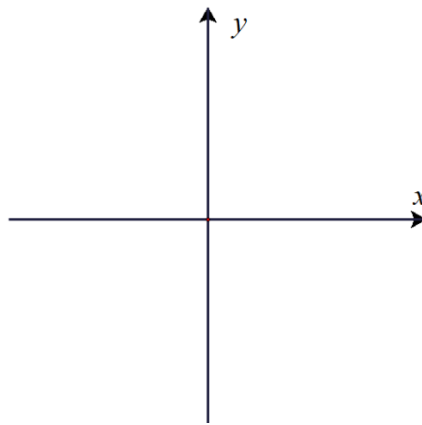
11.2 ระบบพิกัดเชิงขั้ว

$$\iint_R xy \, dA = \underline{\hspace{15cm}}$$

9. กำหนดอินทิกรัลสองชั้นในระบบพิกัดฉาก

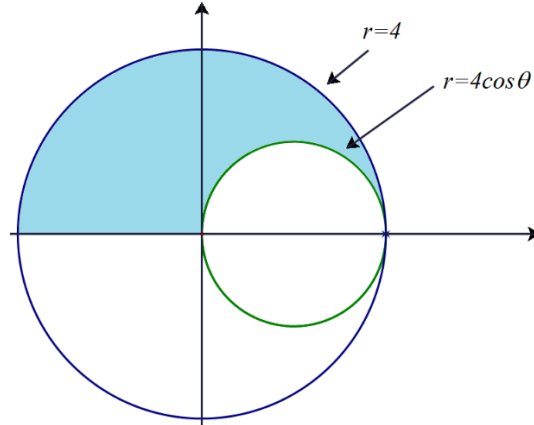
$$I = \iint_R f(x, y) \, dA = \int_0^1 \int_{x^{1/3}}^1 \frac{3\sqrt{y}}{(y^3+1)\sqrt{x}} \, dy \, dx$$

9.1 จงวาดรูปและแรเงาบริเวณ R ที่สอดคล้องกับ I (ระบุจุดตัดให้ชัดเจน)



9.2 จงหาค่าของ $I = \iint_R f(x, y) \, dA = \int_0^1 \int_{x^{1/3}}^1 \frac{3\sqrt{y}}{(y^3+1)\sqrt{x}} \, dy \, dx$

10. กำหนดให้ R เป็นบริเวณที่แรเงาดังรูป



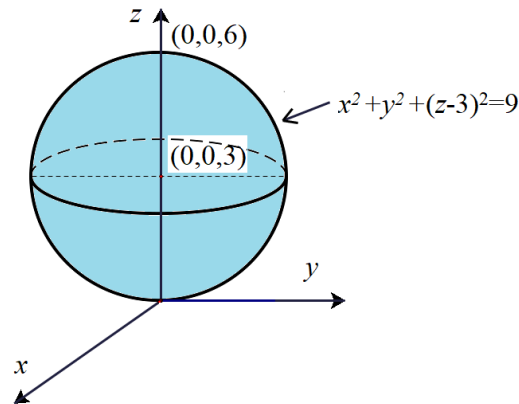
10.1 จงเขียนปริมาตรทรงตันที่อยู่ภายใต้พื้นผิว $f(x, y) = x + y + 4$ และอยู่เหนือบริเวณ R ในรูปอินทิกรัลสองชั้น จำกัดเขตในระบบพิกัดเชิงขั้ว (โดยไม่ต้องคำนวณค่า)

ปริมาตร = _____

10.2 จงคำนวณหาพื้นที่ของบริเวณ R โดยใช้อินทิกรัลสองชั้นจำกัดเขตในระบบพิกัดเชิงขั้ว

$$\left(\cos^2 \theta = \frac{1 + \cos(2\theta)}{2} \right)$$

11. กำหนดให้ E เป็นทรงตันดังรูป



จงเขียนปริมาตรของทรงตัน E ในรูปอินทิกรัลต่อไปนี้ (โดยไม่ต้องคำนวณค่า)

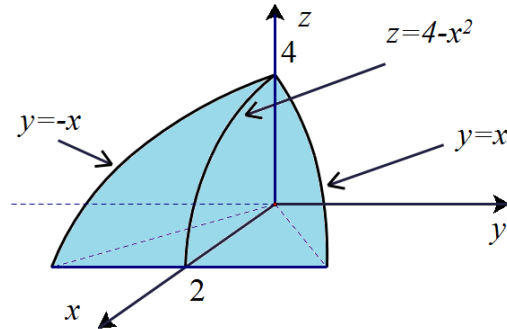
11.1 อินทิกรัลสองชั้นในระบบพิกัดฉาก

ปริมาตร $E =$ _____

11.2 อินทิกรัลสามชั้นในระบบพิกัดฉาก

ปริมาตร $E =$ _____

12. กำหนดให้ E คือทรงที่ปิดล้อมด้วยพื้นผิว $z=4-x^2$ ระนาบ $y=x$ ระนาบ $y=-x$ และระนาบ XY ดังนี้

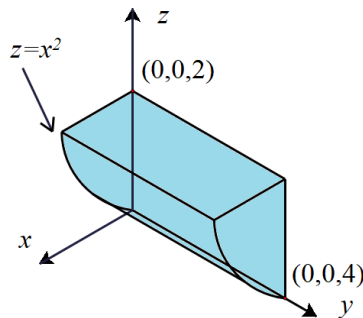


จงเขียนอินทิกรัลสามชั้น $\iiint_E f(x, y, z) dV$ ในลำดับการอินทิเกรตต่อไปนี้

12.1 $\iiint_E f(x, y, z) dzdydx =$ _____

12.2 $\iiint_E f(x, y, z) dx dy dz =$ _____

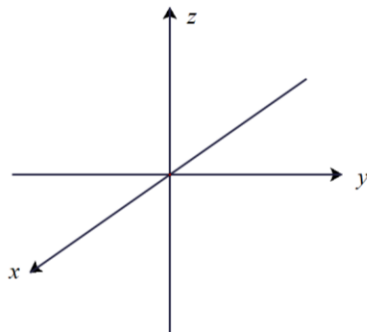
13. จงหาค่าของ $\iiint_E x^3 e^{z^3} dV$ เมื่อ E คือทรงตันดังรูป



14. กำหนดอินทิกรัลสามชั้นในระบบพิกัดฉาก

$$I = \iiint_E f(x, y, z) dV = \int_{-2}^2 \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} \int_{2-\sqrt{4-x^2-y^2}}^{4-\sqrt{x^2+y^2}} f(x, y, z) dz dy dx$$

14.1 จงเขียนกราฟของทรงตัน E ที่สอดคล้องกับ I (ระบุจุดตัดให้ชัดเจน)

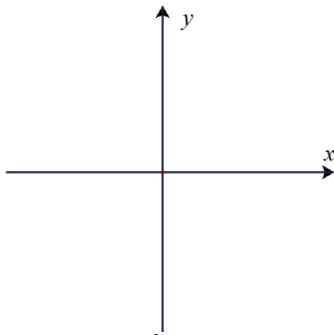


14.2 จงเขียน I ในลำดับการอินทิเกรตต่อไปนี้ (โดยไม่ต้องคำนวณค่า)

$$I = \iiint_E f(x, y, z) \, dy \, dx \, dz = \underline{\hspace{10cm}}$$

15. กำหนดให้ E เป็นทรงตันที่ปิดด้านบนด้วยระนาบ $z=5$ ปิดด้านล่างด้วย XY อยู่ภายในทรงกระบอก $r=2$ และอยู่นอกคาร์ดิออยด์เชิงกระบอก $r=1-\sin\theta$

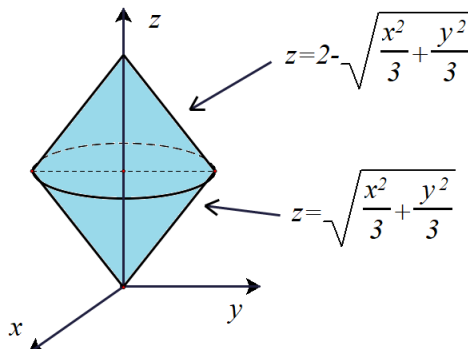
15.1 จงเขียนภาพฉายเชิงทรงกระบอก (Projection) ของ E บนระนาบ XY (ระบุจุดตัดให้ชัดเจน)



15.2 จงเขียนปริมาตรของ E ในรูปของอินทิกรัลสามชั้นในระบบพิกัดทรงกระบอก (โดยไม่ต้องคำนวณค่า)

ปริมาตร $E = \underline{\hspace{10cm}}$

16. กำหนดให้ E เป็นทรงตันดังรูป



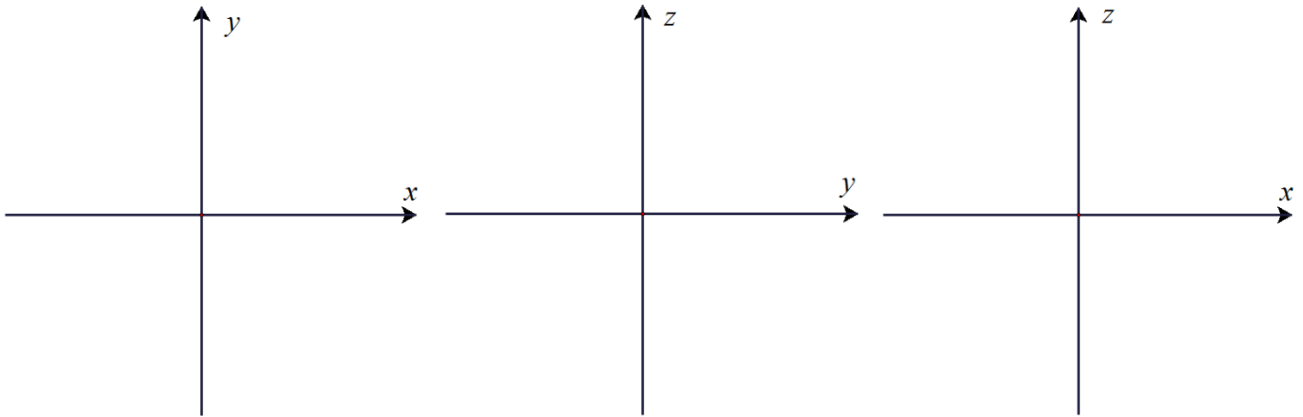
จงเขียน $\iiint_E yz \, dV$ ในรูปอินทิกรัลสามชั้นในระบบพิกัดทรงกระบอกหรือพิกัดทรงกลม (โดยไม่ต้องคำนวณค่า)

$$\iiint_E yz \, dV = \underline{\hspace{10cm}}$$

17. กำหนดอินทิกรัลในระบบพิกัดทรงกลม

$$I = \iiint_E f(x, y, z) dV = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/4} \int_{3\sec\phi}^{5\sec\phi} \cos(\rho^2) \rho^2 \sin\phi d\rho d\phi d\theta$$

17.1 จงเขียนภาพฉาย (Projection) ของ E บนระนาบต่อไปนี้



17.2 จงเขียน I ในรูปของอินทิกรัลสามชั้นในระบบพิกัดฉาก (โดยไม่ต้องคำนวณค่า)

$I =$ _____

17.3 จงเขียน I ในรูปของอินทิกรัลสามชั้นในระบบพิกัดทรงกระบอก (โดยไม่ต้องคำนวณค่า)

$I =$ _____