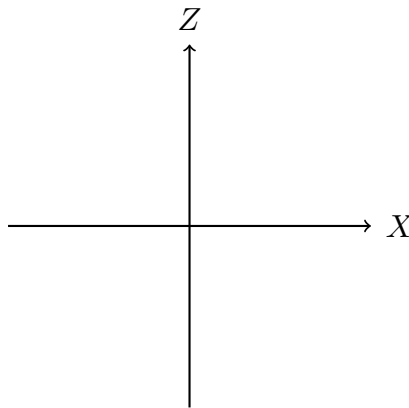




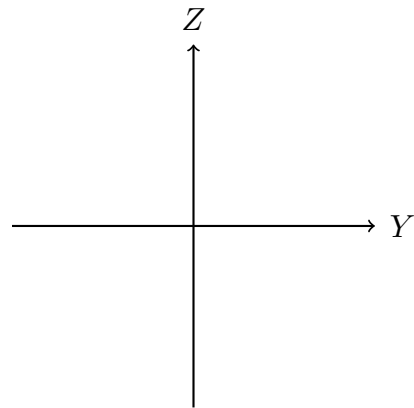
4. กำหนดสมการพื้นผิว  $z = \sqrt{(x-2)^2 + y^2}$

4.1. จงวาดรูปรอยตัดของพื้นผิว  $z = \sqrt{(x-2)^2 + y^2}$  บนระนาบต่อไปนี้

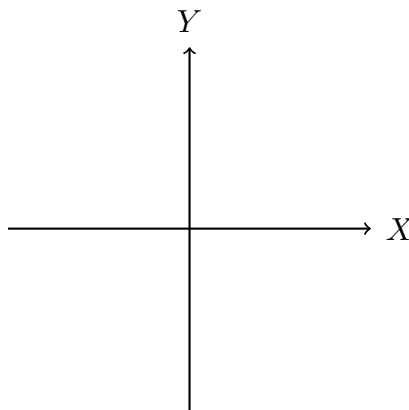
บนระนาบ  $XZ$



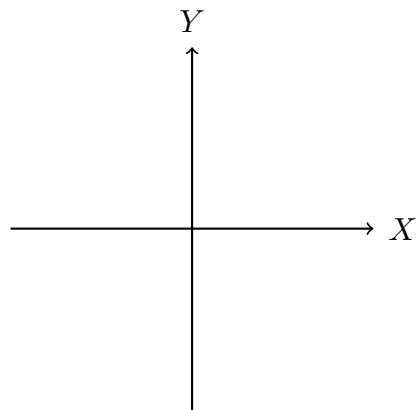
บนระนาบ  $YZ$



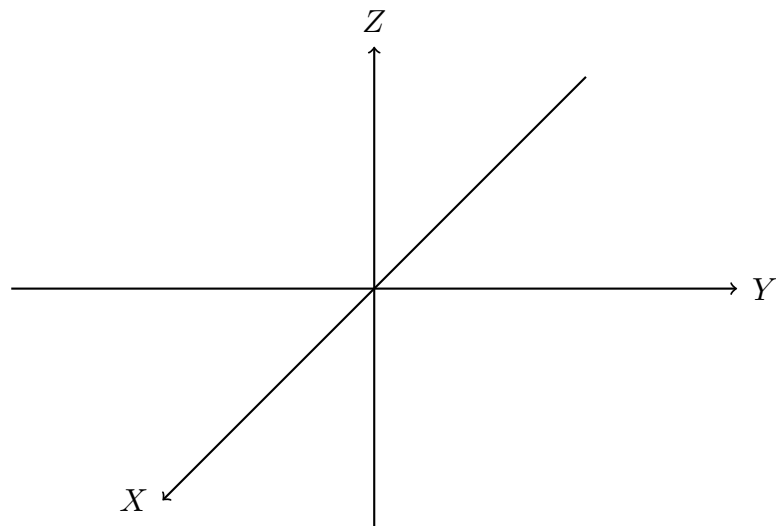
บนระนาบ  $XY$



บนระนาบ  $z = 1$

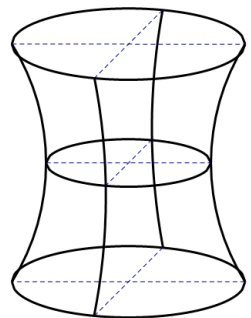
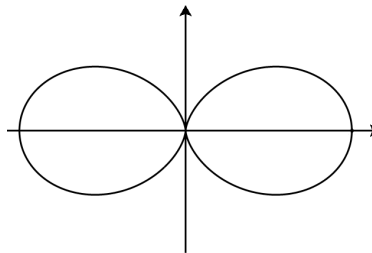
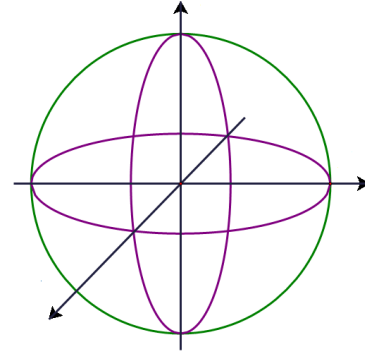
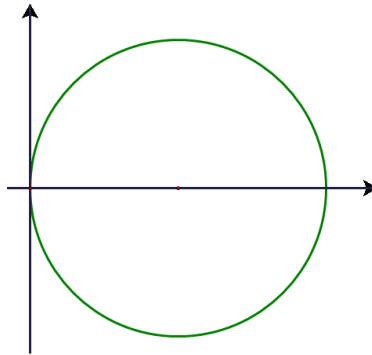
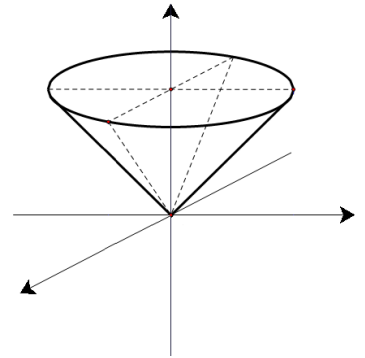
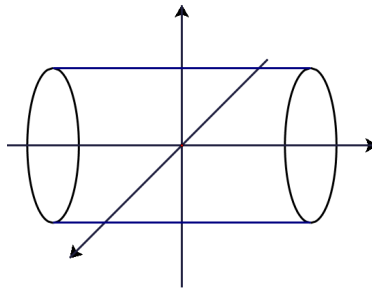


4.2. จงวาดพื้นผิว  $z = \sqrt{(x-2)^2 + y^2}$  ในปริภูมิ 3 มิติ

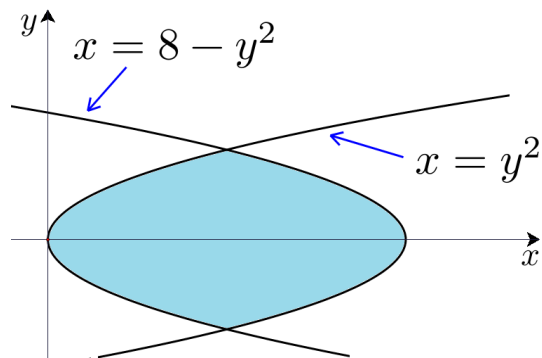


5. จงจับคู่สมการให้ตรงกับกราฟ ที่กำหนดให้ต่อไปนี้ (โดยเติมแต่อักษร A – J ลงในช่องว่าง)

- |    |                           |
|----|---------------------------|
| A. | $r = 2 + 2 \sin \theta$   |
| B. | $x^2 + y^2 - z^2 = 1$     |
| C. | $x^2 + y^2 - z^2 = -2$    |
| D. | $r = 2 - 3 \sin \theta$   |
| E. | $\phi = \frac{\pi}{4}$    |
| F. | $x^2 + y^2 + z^2 + 1 = 0$ |
| G. | $y^2 + z^2 = 4$           |
| H. | $\rho = 4$                |
| I. | $r = 4 \cos \theta$       |
| J. | $r = 1 + \cos 2\theta$    |
| K. | $r = \rho \cos \phi$      |
| L. | $x = r \cos \theta$       |



6. กำหนดให้  $R$  เป็นบริเวณที่แรเงาดังรูป

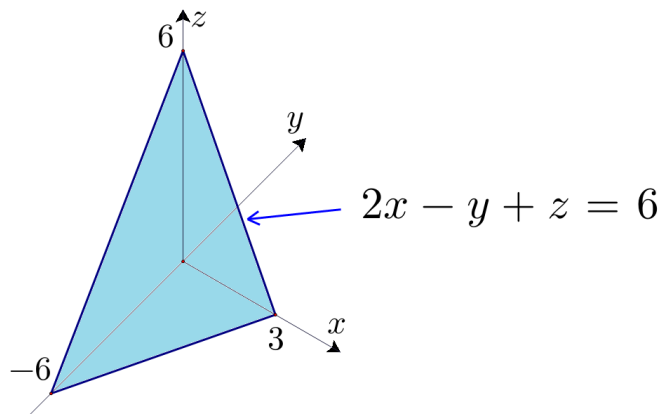


จงเขียน  $\iint_R f(x, y) \, dA$  ในลำดับการอินทิเกรตต่อไปนี้ (โดยไม่ต้องคำนวณค่า)

$$I = \iint_R f(x, y) \, dx dy = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$I = \iint_R f(x, y) \, dy dx = \underline{\hspace{10cm}}$$

7. จงเขียนปริมาตรของทรงตัน  $E$  ที่ปิดล้อมด้วยพื้นผิว  $2x - y + z = 6$ , ระนาบ  $x = 0$ , ระนาบ  $y = 0$  และระนาบ  $z = 0$  ดังรูป ในรูปของอินทิกรัลสองชั้นในระบบพิกัดฉาก (โดยไม่ต้องคำนวณค่า)

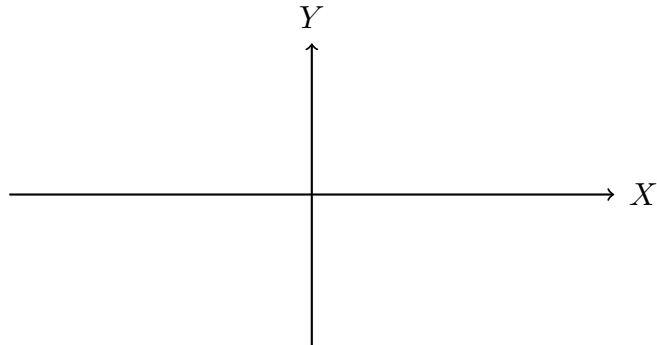


ปริมาตร  $E = \underline{\hspace{10cm}}$

8. กำหนดอินทิกรัลสองชั้นในระบบพิกัดฉาก

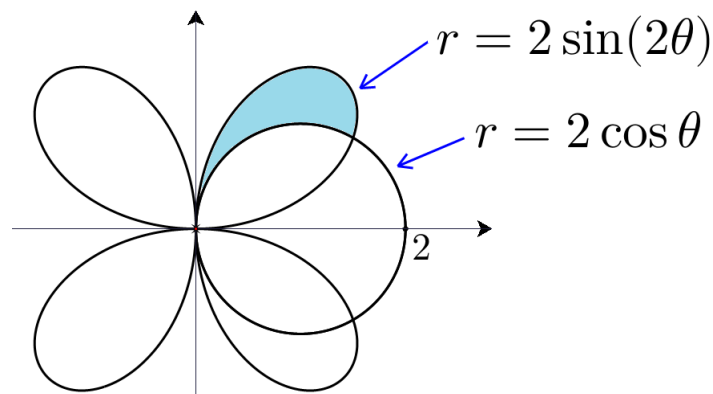
$$I = \iint_R f(x, y) \, dA = \int_0^4 \int_{y/2}^{2y} \cos(x^2) \, dx \, dy$$

8.1. จงวาดรูปและแรเงาบริเวณ  $R$  ที่สอดคล้องกับ  $I$  (ระบุจุดตัดให้ชัดเจน)



8.2. จงหาค่าของ  $\int_0^4 \int_{y/2}^{2y} \cos(x^2) \, dx \, dy$

9. กำหนดบริเวณ  $A$  เป็นบริเวณที่แรเงาดังรูป



จงหาพื้นที่  $A$   $\left( \sin(2A) = 2 \sin A \cos A, \sin^2 A = \frac{1 - \cos(2A)}{2} \text{ และ } \cos^2 A = \frac{1 + \cos(2A)}{2} \right)$

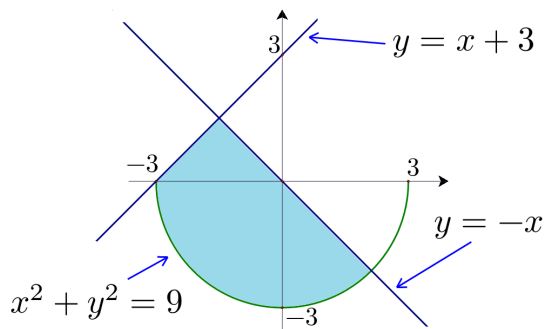
10. กำหนดให้อินทิกรัลสองชั้นในระบบพิกัดฉาก

$$I = \int_0^{\sqrt{3}} \int_{\sqrt{3}x}^3 e^{x+y} \, dy \, dx$$

จงเขียน  $I$  ในรูปอินทิกรัลสองชั้นในระบบพิกัดเชิงขั้ว (โดยไม่ต้องคำนวณค่า)

$I =$  \_\_\_\_\_

11. กำหนดให้  $R$  เป็นบริเวณที่แรเงาดังรูป



จงเขียนพื้นที่ของ  $R$  ในระบบพิกัดต่อไปนี้ (โดยไม่ต้องคำนวณค่า)

11.1. ระบบพิกัดฉาก  $R =$  \_\_\_\_\_

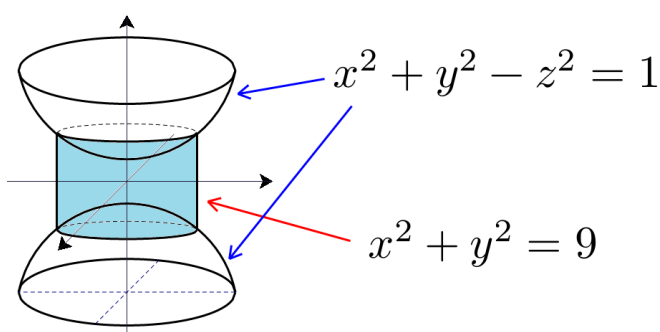
11.2. ระบบพิกัดเชิงขั้ว  $R =$  \_\_\_\_\_

12. กำหนดให้อินทิกรัลสองชั้นในระบบพิกัดเชิงขั้ว  $I = \int_0^{\pi} \int_0^{4 \sin \theta} r^3 \sin(r^2) dr d\theta$

จงเขียน  $I$  ในรูปอินทิกรัลสองชั้นในระบบพิกัดฉาก (โดยไม่ต้องคำนวณค่า)

$I =$  \_\_\_\_\_

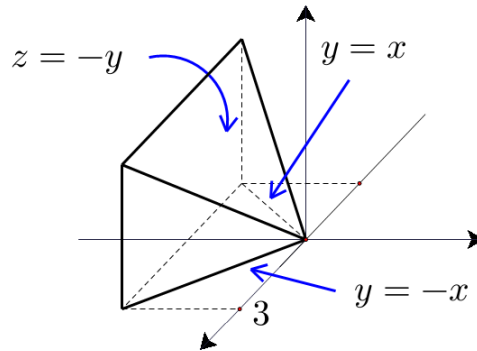
13. กำหนดให้  $E$  เป็นทรงตันที่ปิดล้อมด้วยพื้นผิวไฮเพอร์โบลอยด์แยกส่วน  $x^2 + y^2 - z^2 = 1$  และพื้นผิวทรงกระบอก  $x^2 + y^2 = 9$  ดังรูป



จงเขียน  $\iiint_E f(x, y, z) dV$  ในลำดับที่กำหนดให้ต่อไปนี้ (โดยไม่ต้องคำนวณค่า)

$\iiint_E f(x, y, z) dz dy dx =$  \_\_\_\_\_

14. กำหนดทรงตัน  $E$  เป็นดังรูป



จงเขียน  $\iiint_E f(x, y, z) dV$  ในลำดับที่กำหนดให้ต่อไปนี้ (โดยไม่ต้องคำนวณค่า)

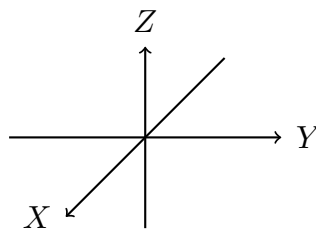
$$\iiint_E f(x, y, z) dx dz dy = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$\iiint_E f(x, y, z) dy dz dx = \underline{\hspace{10cm}}$$

15. กำหนดอินทิกรัลสามชั้นในระบบพิกัดฉาก

$$I = \iiint_E f(x, y, z) dV = \int_0^2 \int_{-4}^{-x^2} \int_0^{-y} f(x, y, z) dz dy dx$$

15.1. จงเขียนกราฟของทรงตัน  $E$  ที่สอดคล้องกับ  $I$



15.2. จงเขียน  $I$  ในลำดับการอินทิเกรตต่อไปนี้

$$I = \iiint_E f(x, y, z) dz dx dy = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$I = \iiint_E f(x, y, z) dx dz dy = \underline{\hspace{10cm}}$$

16. จงหาค่าของ  $\int_1^3 \int_0^{1/x} \int_0^{\arcsin(x^2)} 3x \cos(y) dy dz dx$

17. กำหนดให้ปริมาตรของทรงตันในระบบพิกัดทรงกระบอก  $V = \int_0^{2\pi} \int_0^4 \int_{-r}^0 r \, dz \, dr \, d\theta$  จงเขียน  $V$  ในรูปของอินทิกรัลสามชั้นในระบบพิกัดต่อไปนี้ (โดยไม่ต้องคำนวณค่า)

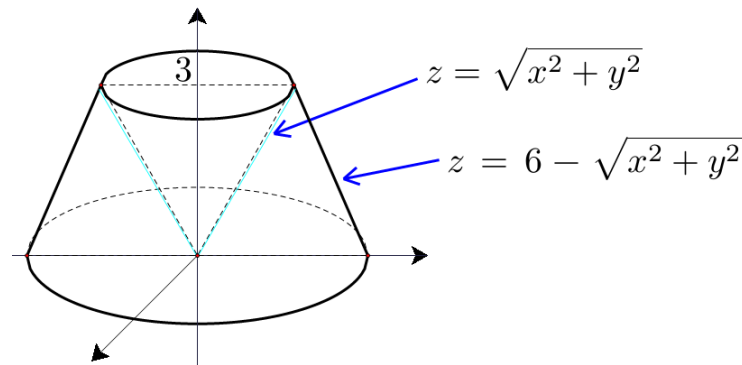
17.1. ระบบพิกัดฉาก

$$V = \underline{\hspace{15cm}}$$

17.2. ระบบพิกัดทรงกลม

$$V = \underline{\hspace{15cm}}$$

18. กำหนดให้  $E$  เป็นทรงตันที่อยู่ภายในกรวย  $z = 6 - \sqrt{x^2 + y^2}$  และอยู่ภายนอกกรวย  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  และปิดด้านล่างด้วยระนาบ  $XY$  ดังรูป



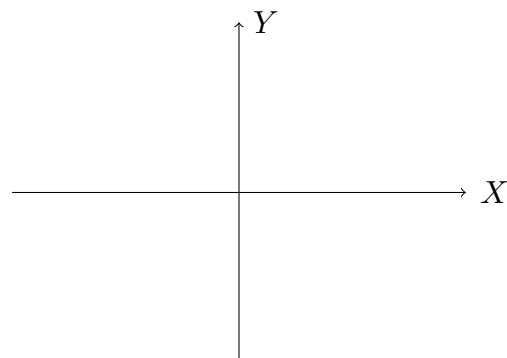
จงเขียนอินทิกรัลสามชั้น  $I = \iiint_E (x^2 + y^2) \, dV$  ในระบบพิกัดที่กำหนดให้ (โดยไม่ต้องคำนวณค่า)

18.1. พิกัดทรงกลม  $I = \underline{\hspace{15cm}}$

18.2. พิกัดทรงกระบอก  $I = \underline{\hspace{15cm}}$

19. กำหนดให้  $E$  เป็นทรงตันที่ปิดด้านนอกด้วยพื้นผิว  $z + r^2 = 9$  และปิดด้านในด้วยพื้นผิวทรงกระบอก  $r = 2$  และปิดด้านล่างด้วยระนาบ  $XY$

19.1. จงเขียนภาพฉายของทรงตัน  $E$  บนระนาบ  $XY$  พร้อมทั้งบอกจุดตัดให้ชัดเจน



19.2. จงเขียนอินทิกรัลสามชั้น  $I = \iiint_E z \, dV$

โดยใช้พิกัดฉาก หรือ พิกัดทรงกระบอก หรือ พิกัดทรงกลม ตามความเหมาะสม (โดยไม่ต้องคำนวณค่า)

$$I = \underline{\hspace{15cm}}$$